

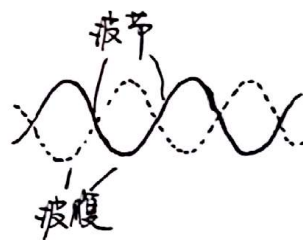
【实验目的】

1. 观察固定弦振动传播时形成的横驻波，了解振动在弦上传播的规律
2. 利用驻波特性和测量均匀弦上横波传播速度 v 与弦线密度 ρ

【实验原理】（电学、光学画出原理图）

1. 驻波

入射波和反射波这两列同频率的波在同一弦上沿相反方向传播时产生干涉，调节支撑点距离到适当位置，弦线上会形成驻波（如右图）。



在 $x=0$ 处振动顶点达最大位移时开始计时，沿 x 轴方向为正，

则入射波方程 $y_1 = d \cos 2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right)$ ，反射波方程 $y_2 = d \cos 2\pi \left(ft + \frac{x}{\lambda} \right)$ ①, ②

叠加方程 $y = y_1 + y_2 = 2d \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \right) \cdot \cos 2\pi ft$ ③

即，弦线上各点均在以同一频率作振幅为 $|2d \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \right)|$ 的谐振动。

这种相干波使得弦上既无振动状态的传播，也无振动能量的传播。这就是区别于行波的原因，故称为驻波。

由方程知，相邻波节或波腹的距离为 $x_{k+1} - x_k = ((2(k+1)+1) - (2k+1)) \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$ ④

2. 横波的传播速度

只有支撑点（反射点）与振动源之间的距离为半波长的整数倍时，才能形成驻波，

即 $L = n \left(\frac{\lambda}{2} \right)$ ($n=1, 2, \dots$)，亦即横波波长为 $\lambda = \frac{2L}{n}$ ($n=1, 2, \dots$) ⑤, ⑥

其中 n 即为驻波段的段数。

因此横波传播速度 $v = f \cdot \lambda = f \cdot \frac{2L}{n}$ ⑦

又，在一根拉紧的弦线上，若弦的张力为 F ，密度为 ρ ，则沿弦传播的横波运动方程：

$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{F}{\rho} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ 而 $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ ，可得 $v = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$ ⑧ ⑨ ⑩

⑦, ⑩式分别是计算 v 的两种方式。

3. 弦线密度

由 $F = mg$ 与 ⑦, ⑩式得 $\rho = \frac{mg}{f^2 \lambda^2}$ ⑪ ⑫

【实验内容】（重点说明）

1. 测量弦线密度 (f, F -定)

在棉线一端挂 $m = 45g$ 砝码, 频率设定为 $f = 75 Hz$. 调节振动源的位置使得棉线上显示出最好的驻波 (段数 $n = 1, 2, 3$), 记录振动源到反射点的距离 L , 重复测量 3 次, 利用式 ⑥ 计算 $\lambda = \frac{2L}{n}$, 再用式 ② 计算 $\rho = \frac{mg}{f^2 \lambda^2}$, 并与实际值作比较得到误差 $E_p = \frac{|P - P_0|}{P_0} \times 100\%$. (13)

2. 测量弦线上横波传播的速度 (F -定, 改变 f)

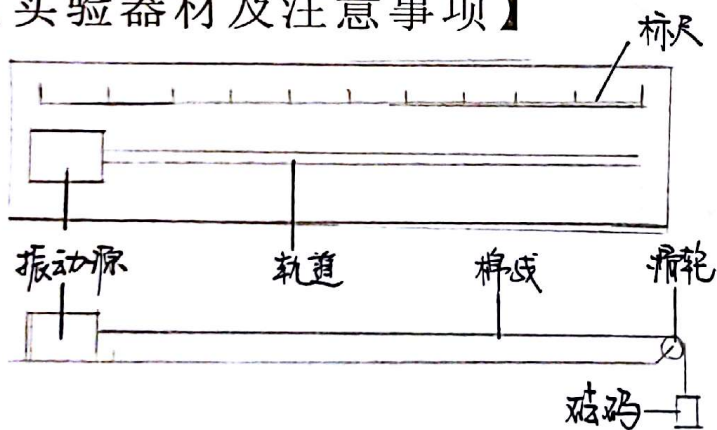
在棉线一端挂 $m = 45g$ 砝码, 选取频率分别为 $60 Hz, 80 Hz, 100 Hz, 120 Hz, 140 Hz, 160 Hz$. 调节振动源的位置使得弦线上出现 $n = 2$ 个驻波段, 记录振动源到反射点的距离, 重复测量 3 次, 利用式 ④ 计算 $v = f \cdot \frac{2L}{n}$, 再与

式 ⑩ $v' = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$ 计算出的结果作比较, 计算误差 $E_v = \frac{|v - v'|}{v'} \times 100\%$. (14)

3. 测量弦线上横波传播的速度 (f -定, 改变 F)

设置仪器频率 $f = 75 Hz$, 起初在棉线一端挂 $30g$ 的砝码作为起点, 逐次增加 $5g$ 直至 $55g$ 为止. 在各张力 (即各砝码重量) 的作用下调节振动源位置使得弦线上出现 $n = 2$ 个驻波段, 测量振动源到反射点的距离 L , 同样重复 3 次. 利用式 ④ 计算 $v = f \cdot \frac{2L}{n}$, 再用式 ⑩ 计算对应的理论值 $v_0 = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$, 对每一个不同的 F (即不同的 m), 计算 v 与 v_0 间的误差 $E_v = \frac{|v - v_0|}{v_0} \times 100\%$. (15)

【实验器材及注意事项】



注意事项. (1) 砝码盘 (挂钩) 自有 $10g$ 质量, 应防止计算错误

(2) 应谨慎、缓慢操作, 避免棉线断开

(3) 应使滑轮下砝码稳定不摆动后再开始读数

【数据处理与结果】

杭州地区 $g = 9.794 \text{ m/s}^2$

1. 测量弦线密度 $f = 75 \text{ Hz}$ $\rho_0 = 3.233 \times 10^{-5} \text{ kg/m}$

由于实验装置长度有限, 我们只能测出 $n=1$ 时的 L .

	L/m , 重复测量				\bar{L}/m	$\lambda = \frac{2L}{n}$ (m)	$\rho = \frac{mg}{f \cdot \lambda}$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)
$n=1$	0.7805	0.8120	0.8007	0.7850	0.7946	1.5891	3.103×10^{-5}

L 的 A 类不确定度 $U_{A,L} = \sqrt{\frac{\sum (L_i - \bar{L})^2}{4 \times 3}} = 0.026 \text{ m}$ (16)

B 类不确定度 $U_{B,L} = \frac{\Delta L}{\sqrt{3}} = 0.00012 \text{ m} \ll U_{A,L}$ (17)

$\therefore U_L = 0.026 \text{ m}$, 因此 $U_\rho = \rho \sqrt{(2 \frac{U_L}{L})^2} = 2.1 \times 10^{-6} \text{ kg/m}^3$ (18)

故测得棉线 $\rho = (3.103 \pm 0.21) \times 10^{-5} \text{ kg/m}^3$ (19)

相对误差 $E_\rho = \frac{|\rho - \rho_0|}{\rho_0} \times 100\% = 4\%$ (20)

2. 测量弦线上横波传播的速度 (F 一定, 改变 f) $m = 45.0 \text{ g}$

同样由于实验装置长度有限, 我们对不同 f 取了各自合适的 n . 实验中亦如此。

f/Hz	n	L/m	L/m	L/m	\bar{L}/m	$\lambda = \frac{2L}{n}$ (m)	$v = \lambda f$ (m/s)	$v_0 = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$ (m/s)
60	1	1.0062	0.9940	0.9902	0.9968	1.9936	119.62	116.85
80	1	0.7661	0.7578	0.7690	0.7643	1.5286	122.29	
90	2	1.3420	1.3440	1.3342	1.3401	1.3401	120.61	
100	2	1.2119	1.2090	1.1962	1.2057	1.2057	120.57	
110	2	1.1020	1.0899	1.0846	1.0922	1.0922	120.14	
120	2	1.0079	1.0091	1.0202	1.0124	1.0124	121.49	

$\bar{v} = \frac{\sum v_i}{6} = 120.79 \text{ m/s}$ (21)

相对误差 $E_v = \frac{|v - v_0|}{v_0} \times 100\% = 4\%$ (22)

观察到各组 v 都比 v_0 高, 这说明误差并非全部来自偶然因素

3. 测量弦线上横波传播的速度 (f 一定, 改变 F) $f = 75 \text{ Hz}$

见附页

附页

m/g	n	L/m , 重复3次			$\lambda = \frac{2L}{n}$ (m)	$v = \lambda f$ (m/s)	$v_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ (m/s)
30	2	1.3260	1.2936	1.3022	1.3073	98.045	95.358
35	2	1.3812	1.3748	1.3807	1.3789	103.418	102.999
40	1	0.7554	0.7568	0.7455	1.5051	112.885	110.111
45	1	0.8181	0.8015	0.7810	1.6004	120.030	116.789
50	1	0.8598	0.8513	0.8338	1.6966	127.245	123.107
55	1	0.8830	0.8919	0.8791	1.7693	132.700	129.116

以上6组, $E_v = \frac{|v - v_0|}{v} \times 100\%$ 分别为 2.9%, 0.4%, 2.6%, 2.8%, 4%, 6%。
 数据基本可靠。同样观察到 $v > v_0$, 这说明实验存在系统误差, 或所给 ρ (棉线密度) 有偏差。

【误差分析】

1. 很难找到振幅最大处。实验过程中，我们通过目测方式寻找使得波腹处振动最明显的 L ，但实际上经常出现将振动源左右调节 10cm 后仍处在同样的最大振幅的情况，这给 L 的测量引入了很大误差。
2. 观察到实验过程中，自己和其他实验同学时有发生棉线断开导致砝码掉落。这可能导致砝码质量不准。
3. 如 [数据处理与结果] 一节中提出，我们对 ρ 的测量偏小，对 $v \propto \sqrt{F/\rho}$ 的测量偏大，这可能是由于材料的 ρ 与理论值存在偏差。
4. 砝码的摆动难以完全消除，这会对 F 造成一定影响。
5. 读数等也存在误差。

【实验心得及思考题】

1. 驻波



如右图所示，两列沿相反方向传播的振幅相同、频率相同的波叠加时形成的波叫做驻波。由式③，叠加方程为 $y = 2d \cos 2\pi(\frac{x}{\lambda}) \cdot \cos 2\pi ft$ ，即弦线上各点均在以同一频率作振幅为 $|2d \cos 2\pi(\frac{x}{\lambda})|$ 的谐振动。在表现上，其波腹、波节位置均固定，弦上既无振动状态的传播，也无振动能量的传播，故区别于行波，称为驻波。

形成条件：① 沿相反方向传播 ② 振幅相同 ③ 频率相同

2. 实验操作与本实验略同。主要原理：

$$\text{由 ⑥, ⑦, ⑩ 式有 } \begin{cases} v = f \cdot \frac{2L}{n} \\ v = \sqrt{F/\rho} \end{cases}$$

$$\text{即所求 } f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\rho}} \quad \text{⑪}$$

其中 n 为驻波段数， L 为振动源到反射点的距离，

F 为绳上张力 ($F = mg$, m 为钩码质量)， ρ 为棉线密度。

3. 实验误差的主要来源为 [误差分析] 中的第 1 条，即很难找到振幅最大的确切位置导致 L 的偏差。其他误差参见 [误差分析]。

实验心得：欲速则不达。我在实验过程中由于操作不够小心导致棉线断开，花了很长时间更换棉线。此后实验应谨慎仔细。